

## PRODUTO CARTESIANO

### PAR ORDENADO

Um par ordenado é indicado por  $x$  e  $y$  dentro de parêntese e separado por vírgula.

$(x, y)$  pode ser indicado para representar uma determinada posição e que esta ordem de primeiro  $x$  e depois  $y$  deverá ser sempre mantida.

Se uma determinada peça do jogo de xadrez está na 3ª linha e na 2ª coluna podemos indicar essa posição através do par ordenado  $(3, 2)$ .

E se uma determinada peça do jogo de xadrez está na 2ª linha e na 3ª coluna podemos indicar essa posição através do par ordenado  $(2, 3)$ .

Claramente você vai perceber que as peças ocupam lugares diferentes no tabuleiro de xadrez, já que uma está na linha 3 e a outra está na linha 2, e aí temos a conclusão de que  $(3, 2)$  É DIFERENTE  $(2, 3)$ .

### IGUALDADE DE PARES ORDENADOS

Para que dois pares ordenados sejam iguais é necessário que o 1º elemento de um seja igual ao 1º elemento do outro e o 2º elemento de um seja igual ao 2º elemento do outro.

Ex: Calcule os valores de  $x$  e  $y$  na igualdade de pares ordenados

a)  $(x, y) = (5, 2)$  logo  $x = 5$  e  $y = 2$

b)  $(x, -2) = (3, y)$  logo  $x = 3$  e  $y = -2$

c)  $(3x + 6, 2y - 7) = (-9, y + 2)$

$$3x + 6 = -9 \text{ separa variável de não variável}$$

$$3x = -9 - 6 \text{ resolve(mesmo sinal soma e conserva o mesmo sinal)}$$

$$3x = -15 \text{ o 3 que está multiplicando vai dividir}$$

$$x = -\frac{15}{3} \text{ resolvendo a divisão}$$

$$\mathbf{X = -5}$$

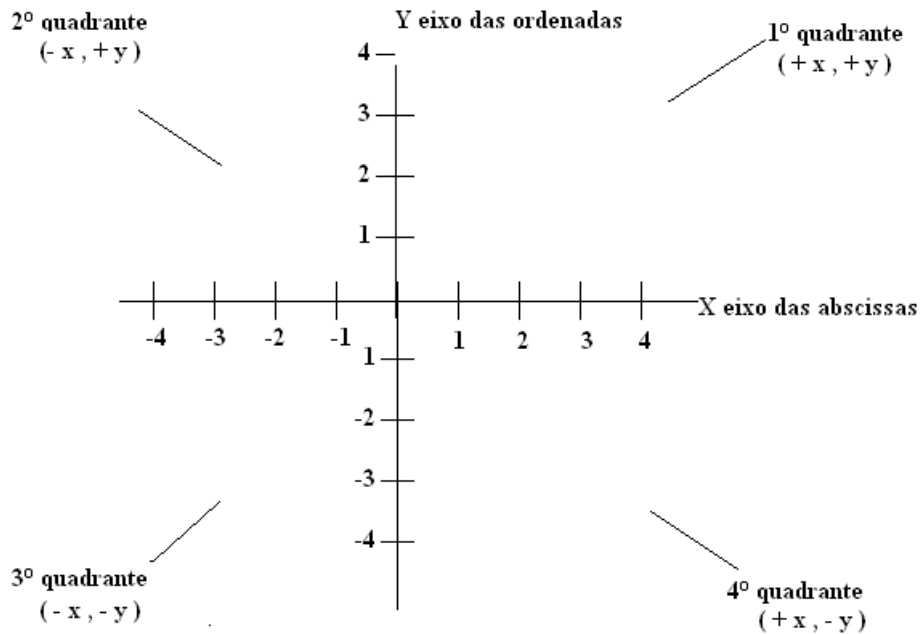
Veja o cálculo do  $y$

$$2y - 7 = y + 2 \text{ separa variáveis de não variáveis}$$

$$2y - y = 2 + 7 \text{ resolve}$$

$$y = 9$$

## PLANO CARTESIANO



Através do plano cartesiano podemos localizar pontos indicados pelos pares ordenados,

O ponto  $A( 2 , 3 )$  é um ponto que localiza-se no 1º quadrante,  $x$  e  $y$  são positivos.

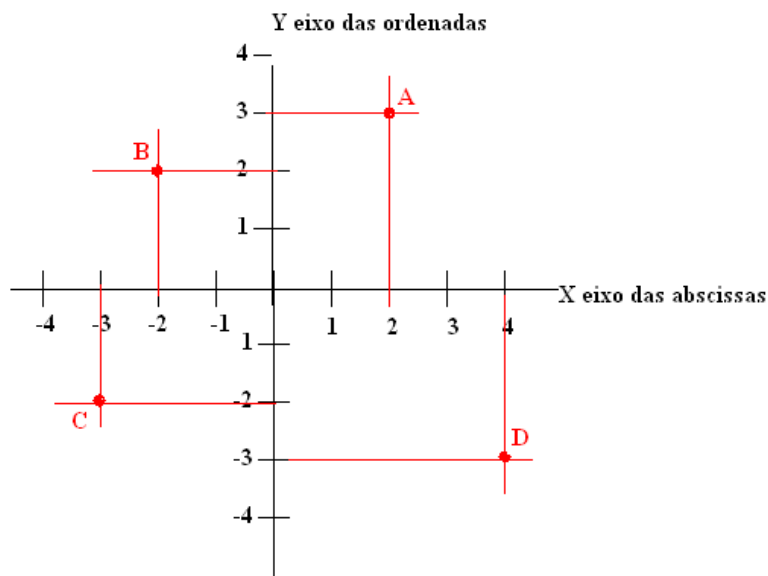
O ponto  $B( - 2 , 2 )$  é um ponto que localiza-se no 2º quadrante,  $x$  é negativo e  $y$  é positivo.

O ponto  $C( - 3 , - 2 )$  é um ponto que localiza-se no 3º quadrante,  $x$  e  $y$  são negativos.

O ponto  $D( 4 , - 3 )$  é um ponto que localiza-se no 4º quadrante,  $x$  é positivo e  $y$  é negativo.

É importante aprender a localizar pontos no plano cartesiano, pois é através dele que construiremos gráficos.

Veja a localização desses pontos no plano



O ponto A é o encontro de duas de duas retas uma que sai do 2 no x e outra que sai do 3 no y, já que o par ordenado é  $(2, 3)$ , o primeiro representa x e segundo representa y.

O ponto B é o encontro de duas de duas retas uma que sai do - 2 no x e outra que sai do 2 no y, já que o par ordenado é  $(-2, 2)$ , o primeiro representa x e segundo representa y.

O ponto C é o encontro de duas de duas retas uma que sai do - 3 no x e outra que sai do - 2 no y, já que o par ordenado é  $(-3, -2)$ , o primeiro representa x e segundo representa y.

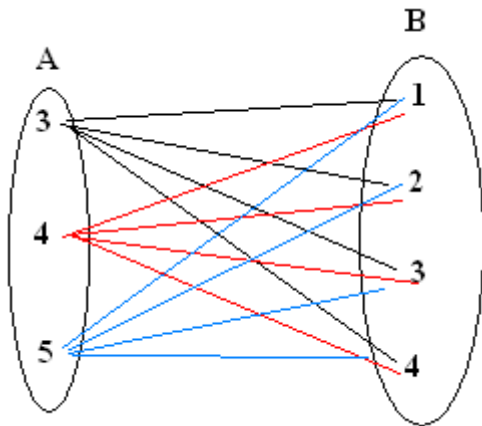
O ponto D é o encontro de duas de duas retas uma que sai do 4 no x e outra que sai do - 3 no y, já que o par ordenado é  $(4, -3)$ , o primeiro representa x e segundo representa y.

## PRODUTO CARTESIANO

Tendo dois conjuntos A e B o produto cartesiano é todos os pares ordenados que obtemos de A para B, cada elemento de A será relacionado a um elemento de B, o par ordenado terá dois elementos o primeiro de A e o segundo de B, ou seja, o primeiro elemento do par **pertence ao primeiro conjunto** seja ele A,B,C,etc. e o segundo elemento do par **pertence ao segundo conjunto** seja ele A,B,C,etc.

Ex: dado um conjunto  $A = \{ 3, 4, 5 \}$  e  $B = \{ 1, 2, 3, 4 \}$  determine o produto cartesiano  $A \times B$ .

Vamos fazer essa representação através do diagrama, em que o primeiro conjunto representa A e o segundo conjunto representa B, SE FOSSE  $B \times A$  SERIA O CONTRÁRIO PRIMEIRO B E DEPOIS A.



$A \times B = \{ (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4) \}$  veja o 3 de A se relacionou com todos em B, depois o 4 e também o 5.

Se A tem 3 elementos e B tem 4 elementos, então  $A \times B = 3 \times 4$  logo  $A \times B = 12$  pares ordenados.

## RELAÇÃO

A relação de um conjunto em outro, exemplo de A em B, são pares ordenados encontrados **através de uma sentença matemática**, e que só fará parte da relação os pares ordenados que estiverem contidos em  $A \times B$ .

- ✓ Ex: Dados os conjuntos  $A = \{ 1, 3, 4, 5 \}$  e  $B = \{ 1, 2, 4 \}$ , determina a relação R de A em B de modo que x seja menor que y ( $x < y$ ).

1ª coisa é fazer  $A \times B = \{ (1, 1), (1, 2), (1, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 4), (5, 1), (5, 2), (5, 4) \}$

Veja que a relação é aquela em que  $x < y$ , não esqueça que o 1º elemento do par ordenado é x e que o 2º elemento do par ordenado é y.

$R = \{ (1, 2), (1, 4), (3, 4) \}$  para fazer parte da relação tem que está em  $A \times B$ .

- ✓ Ex: Dados os conjuntos  $A = \{ 3, 4, 5, 6 \}$  e  $B = \{ 6, 7, 8 \}$ , determina a relação R de A em B de modo que  $y = x + 1$ .

1ª coisa é fazer  $A \times B = \{ (3, 6), (3, 7), (3, 8), (4, 6), (4, 7), (4, 8), (5, 6), (5, 7), (5, 8), (6, 6), (6, 7), (6, 8) \}$

A relação é  $y = x + 1$ , x é o primeiro elemento do par POR ISSO X VEM DO CONJUNTO A vamos calcular o valor de y quando x for 3, 4, 5 e 6.

Quando  $x = 3$

quando  $x = 4$

$y = x + 1$  substitui x por 3

$y = x + 1$  substitui x por 4

$y = 3 + 1$  resolve

$y = 4 + 1$  resolve

$y = 4$  par ordenado  $(3, 4)$

$y = 5$  par ordenado  $(4, 5)$

Quando  $x = 5$

quando  $x = 6$

$y = x + 1$  substitui  $x$  por 5

$y = x + 1$  substitui  $x$  por 6

$y = 5 + 1$  resolve

$y = 6 + 1$  resolve

$y = 6$  par ordenado  $(5, 6)$

$y = 7$  par ordenado  $(6, 7)$

**Só fará parte da relação os pares que estiverem em  $A \times B$ .**

$R = \{ (5, 6), (6, 7) \}$

## FUNÇÃO

É uma relação de  $A$  em  $B$  em que associamos CADA ELEMENTO DE  $A$  COM UM ÚNICO ELEMENTO DE  $B$ .

✓ Ex: Dados os conjuntos  $A = \{ 1, 2, 3 \}$  e  $B = \{ 2, 3, 4, 5 \}$  determine :

a) A relação  $y = x + 1$  e diga se é ou não uma função

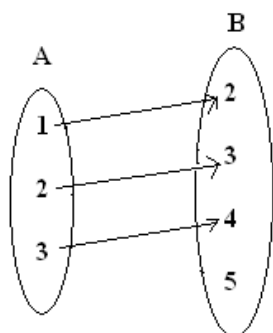
Lembre-se  $x$  vem do 1º conjunto  $A$

para  $x = 1$  teremos  $y = 2$  par ordenado  $(1, 2)$

para  $x = 2$  teremos  $y = 3$  par ordenado  $(2, 3)$

para  $x = 3$  teremos  $y = 4$  par ordenado  $(3, 4)$

Através do diagrama será melhor de observar se é ou não uma função



Para ser uma função não pode sobrar elemento no conjunto  $A$  e nem sair duas flechas do conjunto  $A$ , LOGO aqui temos uma função

b) A relação  $y = 2x + 1$  e diga se é ou não uma função

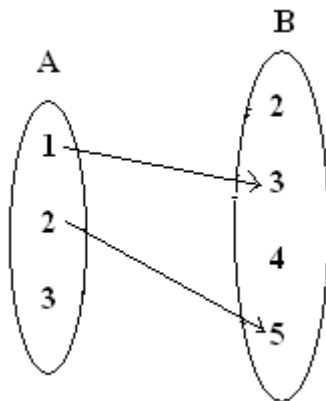
Lembre-se  $x$  vem do 1º conjunto  $A$

para  $x = 1$  teremos  $y = 3$  par ordenado  $(1, 3)$

para  $x = 2$  teremos  $y = 5$  par ordenado  $(2, 5)$

para  $x = 3$  teremos  $y = 7$  par ordenado  $(3, 7)$

Através do diagrama será melhor de observar se é ou não uma função



Para ser uma função não pode sobrar elemento no conjunto A e nem sair duas flechas do conjunto A, LOGO aqui NÃO temos uma função

### DOMÍNIO, CONTRADOMÍNIO E IMAGEM

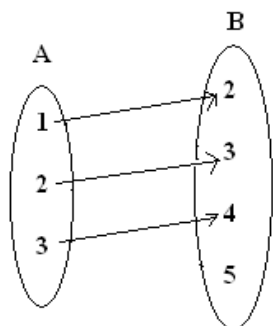
Sendo uma relação  $F$  de  $A$  em  $B$

DOMÍNIO é o conjunto formado por todos os elementos do 1º conjunto da relação, ou seja, do conjunto que sai as flechas.

CONTRADOMÍNIO é o conjunto formado por todos os elementos do 2º conjunto da relação, ou seja, do conjunto que recebe as flechas.

IMAGEM é o conjunto formado por todos os elementos que recebem as flechas.

Veja no exemplo



Domínio  $D = \{1, 2, 3\}$

Contra-domínio  $C = \{2, 3, 4, 5\}$

Imagem IM = { 2 , 3 , 4 }

## NOTAÇÃO DE UMA FUNÇÃO

Seja uma função  $f$  de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$  a imagem da função definida por  $y$  poderá ser escrita também por  $f(x)$ , assim  $y = 2x - 2$  poderá ser escrita como  $f(x) = 2x - 2$

Ao calculamos o valor da imagem para  $x = 3$  na função  $y = 2x - 2$  teremos

$$y = 2x - 2 \quad \text{ou} \quad f(x) = 2x - 2 \quad \text{como } x \text{ é } 3 \text{ substituiremos } x \text{ por } 3$$

$$y = 2 \cdot 3 - 2 \quad f(3) = 2 \cdot 3 - 2$$

$$y = 6 - 2 \quad f(3) = 6 - 2$$

$$y = 4 \quad f(3) = 4$$

✓ Ex: Dada a função  $f(x) = 3x - 2$  calcule:

a)  $f(3)$

b)  $f(-2)$

$$f(x) = 3x - 2$$

$$f(x) = 3x - 2 \quad \text{substituir } x \text{ por } -2 \text{ dentro de parêntese}$$

$$f(3) = 3 \cdot 3 - 2$$

$$f(-2) = 3 \cdot (-2) - 2 \quad \text{multiplica e faz jogo de sinal}$$

$$f(3) = 9 - 2$$

$$f(-2) = -6 - 2 \quad \text{mesmo sinal, soma e conserva o sinal}$$

$$f(3) = 7$$

$$f(-2) = -8$$

✓ Dada a função  $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$  calcule  $f(-1)$ .

$f(x) = 2x^2 - 3x + 1$  substitui  $x$  por  $-1$ , como é negativo coloca dentro de parêntese

$$f(-1) = 2 \cdot (-1)^2 - 3 \cdot (-1) + 1 \quad \text{resolve a potência}$$

$$f(-1) = 2 \cdot 1 - 3 \cdot (-1) + 1 \quad \text{resolve as multiplicações e faz jogo de sinal}$$

$$f(-1) = 2 + 3 + 1 \quad \text{resolve}$$

$$f(-1) = 6$$

✓ Dada a função  $f(x) = 3x - 1$ , calcule o valor de  $x$  para que  $f(x)$  seja 8.

$$f(x) = 3x - 1 \quad \text{neste caso não temos o valor de } x \text{ e sim o valor de } f(x) = 8$$

$$8 = 3x - 1 \quad \text{é o mesmo que}$$

$$3x - 1 = 8 \quad \text{separa variável de não variável}$$

$$3x = 8 + 1 \quad \text{resolve}$$

$3x = 9$  o 3 vai dividir

$x = \frac{9}{3}$  dividindo

$X = 3$